





1. Si consideri il sistema

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -7 & -5 \\ -5 & -7 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

1.1 Si determinino i modi del sistema, e si dica qual e' il modo dominante.

modi:

1.3 Si scriva la scomposizione di Kalman del sistema per l'osservabilita'.

scomposizione di Kalman:

1.4 Il sistema a riposo,  $x(0) = 0$ , viene alimentato con un ingresso a scalino,  $u(t) = sca(t)$ . Si valuti dopo quanto tempo l'uscita del sistema si porta al 98% del valore di regime.

tempo =

2. In figura e' rappresentato un sistema di controllo in cui  $S(s) = \frac{8}{s+1}$ .

Figura 1: Sistema di controllo.

2.1 Si determini il controllore  $C(s)$  in modo tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- (i) se  $y^o(t)$  e' costante, a regime  $y(t) = y^o(t)$ , e  $y(t)$  si porta verso  $y^o(t)$  senza oscillare e con costante di tempo pari a 10;
- (ii) l'effetto su  $y(t)$  di un disturbo  $d(t)$  costante e' nullo a regime;
- (iii)  $C(s)$  e' del 1° ordine.

$$C(s) =$$

2.2 L'azione di controllo  $u$  viene erogata da un attuatore che va in saturazione al valore  $u_{sat}$ , vale a dire il valore di  $u$  e' confinato all'intervallo  $-u_{sat} \leq u \leq u_{sat}$ . Si dimensiona l'attuatore, si determini cioe' il valore di  $u_{sat}$ , in modo tale che l'attuatore non vada in saturazione quando  $d(t) = 0$  e  $y(t) = Y_{sca}(t)$  con  $|Y| \leq 5$ . (si scelga il valore di  $u_{sat}$  piu' piccolo possibile)

$$u_{sat} =$$

3. Un sistema nonlineare e' descritto dalle seguenti equazioni di stato:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = -\bar{x}_1 + u \\ \dot{\bar{x}}_2 = -\bar{x}_1 \bar{x}_2 \\ y = \bar{x}_1 + \bar{x}_2. \end{cases}$$

3.1 Posto  $u(t) = 1$ , si trovi lo stato di equilibrio  $\bar{x}$ .

$\bar{x} =$

3.2 Si mostri che  $\bar{x}$  e' uno stato di equilibrio asintoticamente stabile.

3.3 Il sistema si trova all'equilibrio  $\bar{x}$ , e ad esso viene applicato l'ingresso  $u(t) = 1 + \epsilon \sin(t)$ , dove  $\epsilon$  rappresenta un numero piccolo. Si determini un'espressione che descrive, almeno approssimativamente, l'andamento di  $y(t)$  a regime.

$y(t) =$

**4.** In relazione ad un sistema lineare  $(A, b, c)$ , si risponda alle domande che seguono.

4.1 Si dia una definizione di stato raggiungibile.

4.2 Si mostri che se uno stato  $\bar{x}$  e' raggiungibile, anche il doppio di tale stato,  $2\bar{x}$ , e' raggiungibile.

4.3 Si supponga che il vettore  $b$  abbia dimensione maggiore di 1 e che esso coincida con un autovettore della matrice  $A$ . Si mostri che il sistema  $(A, b, c)$  non e' completamente raggiungibile.