



# Fondamenti di Automatica

13 Giugno 2019



COGNOME.....

NOME.....

MATRICOLA.....

ANNO DI CORSO       2°     3°

FIRMA.....

Controllare che il fascicolo sia costituito da 7 pagine compreso il frontespizio.

Inserire negli spazi che seguono ogni quesito i passaggi fondamentali nella derivazione del risultato.

La chiarezza, la precisione e l'ordine nelle risposte costituiscono elementi di valutazione.

Non consegnare fogli addizionali.

1. Si consideri il sistema lineare

$$\mathcal{S}: \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -13 & 12 \\ -8 & 7 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} u \\ \mathbf{y} = [2 \quad -2] \mathbf{x}. \end{cases}$$

1.1 Si determini il sottospazio di osservabilità di  $\mathcal{S}$ .

sottospazio di oss.:

1.2 Si effettui la scomposizione di Kalman per l'osservabilità.

scomposizione di Kalman per l'oss.:

1.3 Si ponga  $u(t) = 0$  e condizione iniziale arbitraria. Si determini la costante di tempo con cui l'uscita  $y(t)$  del sistema tende a zero.

costante di tempo =

2. Il carrello in figura ha massa unitaria ( $m = 1$ ) ed è sottoposto alle

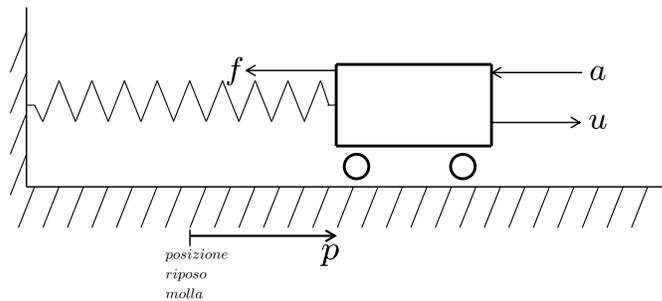


Figura 1: Carrello con molla.

seguenti forze:

- forza di attrito proporzionale alla velocità:  $a = 2v = 2\frac{dp}{dt}$ ;
- forza esercitata da una molla nonlineare:  $f = (p/10)^3$ ;
- forza esterna:  $u$ .

2.1 Si scrivano le equazioni di stato del sistema.

eq. di stato:

2.2 Si determini un valore costante della forza esterna  $u$  tale che il carrello sia in equilibrio fermo nella posizione  $\bar{p} = 5$ .

$u =$

2.3 Con ingresso fissato al valore trovato al punto precedente, il carrello viene posto fermo in una posizione prossima a  $\bar{p} = 5$ , diciamo in  $5 + \epsilon$  con  $\epsilon$  piccolo. Si dica se il carrello torna asintoticamente nella posizione  $\bar{p}$ .

torna in  $\bar{p}$ :  SI  NO

3.

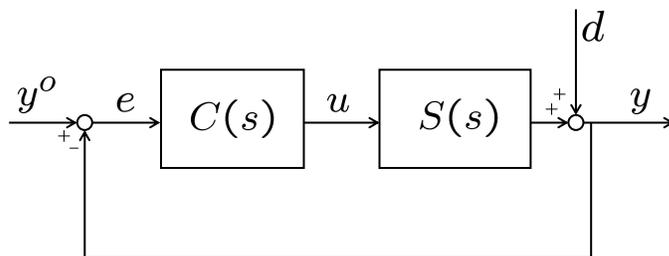


Figura 2: Sistema di controllo.

In figura è mostrato un sistema di controllo in cui l'impianto è descritto dalla funzione di trasferimento:

$$S(s) = \frac{5000}{(s+5)(s+100)}.$$

3.1 Si progetti  $C(s)$  in modo tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- (i)  $\omega_c \simeq 10$ ;
- (ii)  $\Phi_m \geq 70^\circ$ ;
- (iii) se  $y^o(t)$  è costante e  $d(t) = 0$ , allora  $y(t) \rightarrow y^o(t)$ ;
- (iv) un disturbo  $d(t)$  a pulsazione inferiore a 0.1 abbia un effetto a regime sull'uscita attenuato almeno di un fattore 80;

$C(s) =$

3.2 Si supponga ora che l'impianto contenga un ritardo  $\tau$  che non era stato modellizzato in  $S(s)$ , così che la vera funzione di trasferimento dell'impianto sia  $S(s)e^{-s\tau}$ . Si determini, almeno approssimativamente, il massimo valore del ritardo  $\tau$  prima che il sistema di controllo con il controllore progettato al punto precedente si destabilizzi.

$\tau_{\max} =$

4. In relazione a un sistema lineare  $(A, b, c)$ , si risponda alle domande che seguono.

4.1 Si dia una definizione di stato raggiungibile.

4.2 Si enunci il criterio per la determinazione del sottospazio di raggiungibilità  $X_r$ .

4.3 Si supponga che  $x \in \mathbb{R}^3$ , che la matrice di stato  $A$  abbia 3 autovettori linearmente indipendenti e che il vettore di ingresso  $b$  sia combinazione lineare di due degli autovettori. Giustificando la risposta, si dica se il sistema è completamente raggiungibile.