





1. Si consideri il sistema:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} u. \quad (\mathcal{S})$$

1.1 Si determini la costante di tempo dominante di  $\mathcal{S}$ .

$\tau$  dominante =

1.2 Si determini il sottospazio di raggiungibilit  di  $\mathcal{S}$ .

$X_R =$

1.3 Si ponga  $\mathcal{S}$  in forma canonica di Kalman per la raggiungibilit .

forma di Kalman:

1.4 Si vuole rendere piu' veloce il sistema attraverso una retroazione. Si determini un limite inferiore alla costante di tempo dominante che si puo' ottenere retroazionando il sistema.

limite inferiore =

2. In figura e' mostrato un pendolo che si muove senza attrito e senza forze esterne applicate. Esso e' unicamente soggetto al suo peso.

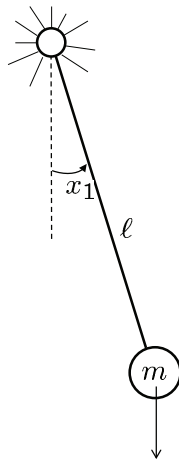


Figura 1: Pendolo.

2.1 Posto  $x_1$  = posizione angolare e  $x_2$  = velocita' angolare, si scrivano le equazioni del pendolo in variabili di stato in cui  $m$ ,  $\ell$  e  $g$  (gravita') appaiono come parametri.

equazioni del pendolo:

2.2 Si scrivano le equazioni del pendolo linearizzate attorno a  $x_1 = 0$  e  $x_2 = 0$ .

equazioni linearizzate:

2.3 Si giustifichi la seguente affermazione: se il pendolo è soggetto a piccole oscillazioni, il suo periodo di oscillazione è proporzionale a  $\sqrt{\ell}$  e non dipende invece da  $m$ .

-----

### 3. Il sistema

$$S(s) = \frac{1}{s+1}$$

è soggetto ad un disturbo additivo sull'uscita  $d$  che assume un valore costante non noto. Si vuole compensare l'effetto di  $d$  attraverso una retroazione come mostrato in figura.

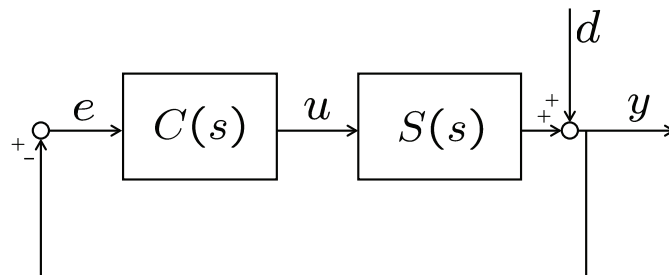


Figura 2: Sistema retroazionato.

3.1 Si progetti  $C(s)$  in modo tale che siano soddisfatte le seguenti specifiche:

- (a) al transitorio esaurito si ha  $y(\infty) = 0$ ;
- (b) il disturbo viene attenuato del 99% in circa 50 istanti;
- (c)  $C(s)$  sia di ordine più basso possibile.

$C(s) =$

3.2 Si realizzi  $C(s)$  nel dominio del tempo.

realizzazione:

4. 4.1 Si dia una definizione di modo per il sistema

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + b u \\ y &= c\mathbf{x}. \end{cases}$$

4.2 Supponendo la matrice  $A$  diagonalizzabile, si dimostri che l'uscita  $y(t)$  associata al movimento libero del sistema e' data da una combinazione lineare dei modi.