





1. Si consideri la rete elettrica rappresentata in figura.

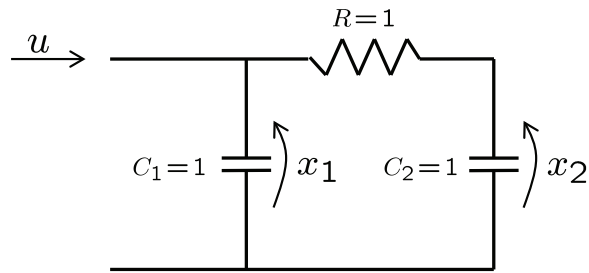


Figura 1: Rete elettrica.

1.1 Si scrivano le equazioni di stato della rete.

equazioni di stato:

1.2 Posto  $u(t) = \sin(t)$ , si ricavi l'espressione analitica di  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ .

$x_1(t) =$

$x_2(t) =$

1.3 Si scriva la soluzione ottenuta al punto precedente negli istanti  $t=1$  e  $t=2$ :  $[x_1(1) \ x_2(1)]^T$  e  $[x_1(2) \ x_2(2)]^T$ . Sulla base del risultato ottenuto, si giustifichi la seguente affermazione: "scelti arbitrariamente due valori delle tensioni  $\bar{x}_1$  e  $\bar{x}_2$ , e' sicuramente possibile determinare un segnale di corrente  $u(t)$ ,  $t \in [0,2]$ , che assuma valore costante per  $t \in [0,1]$  ed un altro valore costante per  $t \in [1,2]$ , in modo tale che i due condensatori, inizialmente scarichi, si carichino ai valori  $\bar{x}_1$  e  $\bar{x}_2$  all'istante  $t=2$ .

2. In figura e' rappresentato il diagramma di Bode del modulo di un sistema asintoticamente stabile. Si risponda alle seguenti domande:

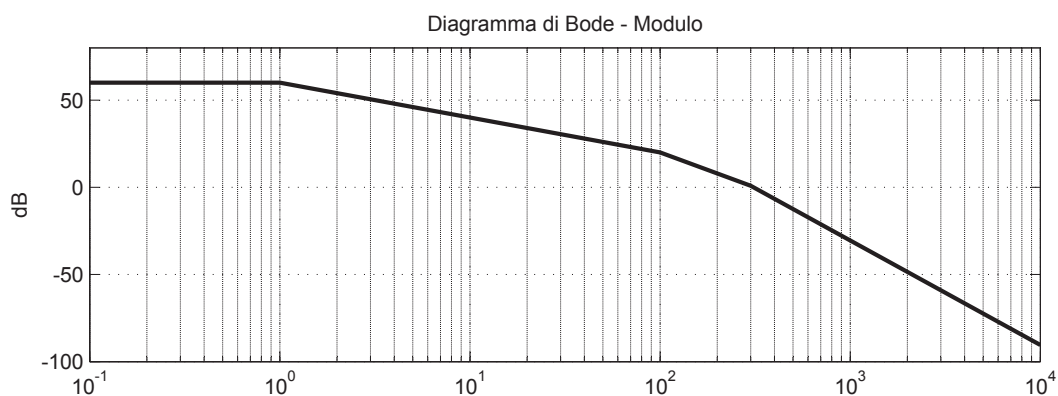


Figura 2: Diagramma di Bode.

a. Si calcoli il valore asintotico cui tende la risposta allo scalino del sistema.

$y(\infty) =$

*motivazione:*

b. Si valuti a quale istante la risposta allo scalino del sistema raggiunge il 99.9% del valore di regime.

istante =

*motivazione:*

c. Si valuti l'insieme di pulsazioni alle quali il sistema amplifica una sinusoide in ingresso.

pulsazioni:

*motivazione:*

d. Si valuti la pulsazione alla quale il sistema cambia segno ad una sinusoide in ingresso.

$\omega =$

*motivazione:*

### 3. Il sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + u \\ y = x \end{cases}$$

viene controllato dal seguente controllore

$$\begin{cases} \dot{z} = y^0 - y \\ u = \alpha z, \end{cases}$$

dove  $\alpha > 0$  e' un parametro.

3.1 Si scrivano le equazioni in variabili di stato del sistema di controllo (cioe' del sistema complessivo ottenuto dal sistema iniziale e dal controllore).

sistema in variabili di stato:

3.2 Utilizzando il sistema ottenuto al punto precedente e lavorando unicamente nel dominio del tempo, si mostri che se  $y^0$  e' costante, allora  $y(\infty) = y^0$ , qualunque sia il valore di  $\alpha > 0$ .

3.3 Si calcoli il piu' grande valore di  $\alpha$  per il quale gli autovalori del sistema di controllo sono reali.

massimo valore di $\alpha =$
------------------------------

3.4. Per il valore di  $\alpha$  calcolato al punto precedente, si ricavino le funzioni di trasferimento  $S(s)$  del sistema e  $C(s)$  del controllore. Si rappresenti quindi il diagramma di Bode di  $L(s) := C(s)S(s)$ . A partire dal diagramma tracciato si giustifichino i risultati trovati nei punti 3.2 e 3.3 con argomenti nel dominio delle trasformate.

4. Si consideri il sistema  $\dot{x} = Ax$  dove  $x \in R^3$ . Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:

(i) se il movimento  $x(t)$  generato dalla condizione iniziale  $\bar{x}$  tende a 0, allora il movimento generato da  $3\bar{x}$  tende pure a 0.

vero: ☐ SI ☐ NO

*motivazione:*

(ii) se il movimento  $x(t)$  generato dalla condizione iniziale  $\bar{x}$  tende a 0, allora il movimento generato da qualunque condizione iniziale tende a 0.

vero: ☐ SI ☐ NO

*motivazione:*

(iii) se il movimento  $x(t)$  generato da tre condizioni iniziali  $\bar{x}_1$ ,  $\bar{x}_2$  e  $\bar{x}_3$  linearmente indipendenti tende a 0, allora il movimento generato da qualunque condizione iniziale tende a 0.

vero: ☐ SI ☐ NO