

1. Si consideri il seguente sistema lineare \mathcal{S} :

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 0 & -2 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] \mathbf{x}.$$

1.1 Si determini il sottospazio di osservabilit  di \mathcal{S} .

$X_o =$

1.2 Si determini il sottospazio "invisibile" di \mathcal{S} .

sottospazio "invisibile" =

1.3 In relazione al sistema \mathcal{S} , si dica se la seguente affermazione   vera: esiste una condizione iniziale $x(0)$ non nulla appartenente al sottospazio invisibile tale che la traiettoria libera che ha $x(0)$ come condizione iniziale appartiene tutta al sottospazio invisibile.

vero: ☐ SI ☐ NO

giustificazione:

2. In figura e' rappresentato un carrellino che si muove su una guida a "dosso", con attrito e sotto l'azione di una molla. La posizione x_1 e' retta dall'equazione:

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = f_{peso} + f_{molla} + f_{attrito},$$

dove $m = 1$, $f_{peso} = x_1(1 + x_1^2)$, $f_{molla} = -kx_1$ e $f_{attrito} = -\frac{dx_1}{dt}(1 + (\frac{dx_1}{dt})^4)$.

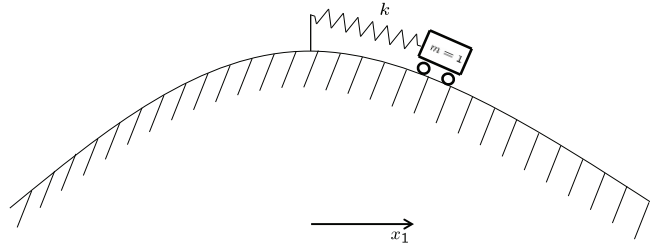


Figura 1: Carrello sul dosso.

2.1 Si scrivano le equazioni del sistema in variabili di stato (cioe', posizione x_1 e velocita' $x_2 = \frac{dx_1}{dt}$).

equazioni:

2.2 Si linearizzino le equazioni del sistema attorno all'equilibrio $[0 \ 0]'$ (carrellino fermo alla sommita' del dosso).

equazioni linearizzate:

2.3 Si mostri che l'equilibrio e' instabile per $k = 0$.

2.4 Si mostri che l'equilibrio e' stabile con modi oscillanti per $k = 9/4$;
si determini, almeno approssimativamente, il periodo delle oscillazioni.

periodo oscillazioni:

3. Un sistema $S(s) = \frac{100}{s+100}$ e' soggetto ad un disturbo d sinusoidale puro a pulsazione $\bar{\omega} \leq 0.05$ (cioe', la pulsazione e' inferiore o uguale a 0.05). Esso viene controllato in retroazione come mostrato in figura.

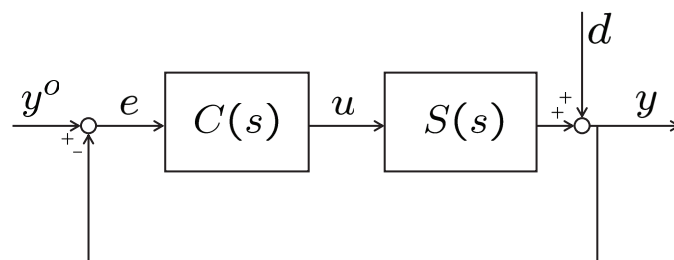


Figura 2: Sistema retroazionato.

3.1 Si progetti il controllore $C(s)$ in modo tale da soddisfare le seguenti specifiche:

(i) se $y^o(t)$ e' costante, $y(t) \rightarrow y^o(t)$ quando $t \rightarrow \infty$;

(ii) $\omega_c \simeq 10$;

(iii) a regime, il disturbo sinusoidale venga attenuato almeno di un fattore 100 sull'uscita.

$$C(s) =$$

3.2 Si calcoli l'ampiezza di regime di $u(t)$ quando $d(t) = 0$ e $y^0(t) = 2$.

ampiezza di $u(t)$ a regime =

4. 4.1 Si ricavi la formula

$$c(sI - A)^{-1}b \quad (1)$$

che descrive la funzione di trasferimento del sistema

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + b u \\ y = c\mathbf{x}. \end{cases}$$

4.2 A partire dalla formula (1), si mostri che due sistemi simili (ottenuti cioè l'uno dall'altro per cambiamento di base) hanno la medesima funzione di trasferimento.