

Fondamenti di Automatica A

8 Gennaio 2004

COGNOME .....

NOME .....

MATRICOLA .....

ANNO DI CORSO     ☐ 2° ☐ 3°

FIRMA .....

Controllare che il fascicolo sia costituito da 6 pagine compreso il frontespizio.

Inserire negli spazi che seguono ogni quesito i passaggi fondamentali nella derivazione del risultato.

La chiarezza, la precisione e l'ordine nelle risposte costituiscono elementi di valutazione.

Non consegnare fogli aggiuntivi.

1. 1.1 Si mostri che il seguente sistema dinamico  $\mathcal{P}$  non e' asintoticamente stabile:

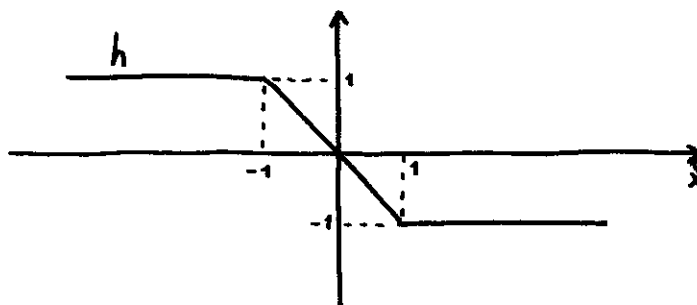
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1.8 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0.4 & -1.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.4 & -1.2 \\ 0 & 0 & -1.2 & -0.4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \ 2 \ 0 \ 1]x$$

1.2 Motivando con precisione la risposta, si dica se e' possibile stabilizzare  $\mathcal{P}$  attraverso una retroazione della sua uscita.

possibile: ☐ SI ☐ NO

2. Un sistema dinamico nonlineare con una sola variabile di stato e nessun ingresso e' descritto dalla relazione  $\dot{x} = h(x)$ , dove la funzione  $h(\cdot)$  e' rappresentata in figura.



2.1 Si determini lo stato di equilibrio del sistema.

2.2 Si determini il sistema linearizzato attorno allo stato di equilibrio.

2.3 Posto  $x(0) = 4$ , si disegni la traiettoria di  $x(t)$  ottenuta dal sistema linearizzato. Sullo stesso grafico, si disegni una traiettoria di  $x(t)$  piu' precisa ottenuta dal sistema nonlineare  $\dot{x} = h(x)$ .

3. Motivando la risposta (eventualmente con controesempi), si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere.

a) Un sistema lineare invariante con stato inizialmente nullo viene alimentato con un segnale  $u(t)$  prodotto di due segnali  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ :  $u(t) = u_1(t) \cdot u_2(t)$ . La corrispondente uscita  $y(t)$  e' senz'altro data dal prodotto di  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , dove  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  sono le uscite associate a  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ .

☐ VERO    ☐ FALSO

Motivazione:

b) Un sistema nonlineare invariante con stato inizialmente nullo viene alimentato con un segnale  $u(t)$  prodotto di due segnali  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ :  $u(t) = u_1(t) \cdot u_2(t)$ . La corrispondente uscita  $y(t)$  e' senz'altro data dal prodotto di  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , dove  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  sono le uscite associate a  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ .

☐ VERO    ☐ FALSO

Motivazione:

c) Un sistema lineare invariante con stato inizialmente nullo viene alimentato con un segnale  $u(t)$  somma di due segnali  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ :  $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ . La corrispondente uscita  $y(t)$  e' senz'altro data dalla somma di  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , dove  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  sono le uscite associate a  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ .

☐ VERO    ☐ FALSO

Motivazione:

d) Un sistema nonlineare invariante con stato inizialmente nullo viene alimentato con un segnale  $u(t)$  somma di due segnali  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ :  $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ . La corrispondente uscita  $y(t)$  e' senz'altro data dalla somma di  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$ , dove  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  sono le uscite associate a  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$ .

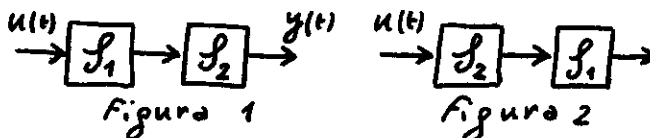
☐ VERO ☐ FALSO

Motivazione:

e) Due sistemi lineari invarianti  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$  con stato iniziale nullo sono posti in cascata (vedi figura 1) e la cascata viene alimentata con un segnale  $u(t)$ . La corrispondente uscita e'  $y(t)$ . Se l'ordine dei due sistemi viene invertito (vedi figura 2), e la cascata viene alimentata dallo stesso ingresso  $u(t)$  come nel caso precedente, il segnale prodotto in uscita e' ancora  $y(t)$ .

☐ VERO ☐ FALSO

Motivazione:



f) Due sistemi nonlineari invarianti  $\mathcal{S}_1$  e  $\mathcal{S}_2$  con stato iniziale nullo sono posti in cascata (di nuovo come in figura 1) e la cascata viene alimentata con un segnale  $u(t)$ . La corrispondente uscita e'  $y(t)$ . Se l'ordine dei due sistemi viene invertito (di nuovo come in figura 2), e la cascata viene alimentata dallo stesso ingresso  $u(t)$  come nel caso precedente, il segnale prodotto in uscita e' ancora  $y(t)$ .

☐ VERO ☐ FALSO

Motivazione:

4. 4.1 Si descriva "a parole" il concetto di stato per un sistema dinamico.

4.2 Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (non e' richiesto di giustificare le risposte).

i) noto lo stato all'istante  $\bar{t}$ , si puo' ricostruire il segnale di ingresso  $u(t)$  per  $t \leq \bar{t}$ .

☐ VERO   ☐ FALSO

ii) noto lo stato all'istante  $\bar{t}$ , si puo' ricostruire lo stato all'istante iniziale 0.

☐ VERO   ☐ FALSO

iii) noto lo stato all'istante  $\bar{t}$  e l'ingresso per  $t \geq \bar{t}$ , si puo' determinare il segnale di uscita per  $t \geq \bar{t}$ .

☐ VERO   ☐ FALSO

iv) noto lo stato all'istante  $\bar{t}$  e l'uscita all'istante  $\bar{t}$ , si puo' determinare il segnale di uscita per  $t \geq \bar{t}$ .

☐ VERO   ☐ FALSO