

Fondamenti di Automatica A

26 Marzo 2003

COGNOME

NOME

MATRICOLA

ANNO DI CORSO ☐ 2° ☐ 3°

FIRMA

Controllare che il fascicolo sia costituito da 8 pagine compreso il frontespizio.

La chiarezza, la precisione e l'ordine nelle risposte costituiscono elementi di valutazione. Gli spazi che seguono ogni esercizio sono stati predisposti in funzione della presunta lunghezza delle risposte. In caso di cancellazioni andare sul retro.

Non consegnare fogli aggiuntivi.

Non si possono consultare libri, appunti, dispense, etc..

**FACOLTA' DI INGEGNERIA
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI
ATTO PRIMO**

1. Un sistema dinamico \mathcal{S} ha equazioni

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 9 & -10 \\ 15 & -16 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 1]x.$$

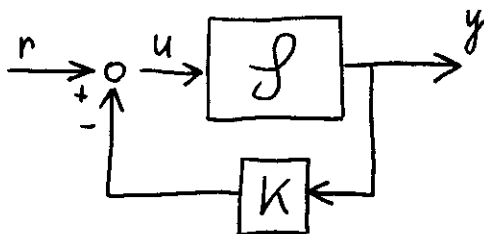
1.1 Si determinino i modi del sistema.

modi:

1.2 Si dica qual e' il modo dominante del sistema.

modo dominante:

1.3 Al fine di rendere il sistema piu' veloce, esso viene retroazionato come mostrato in figura (K e' una costante).



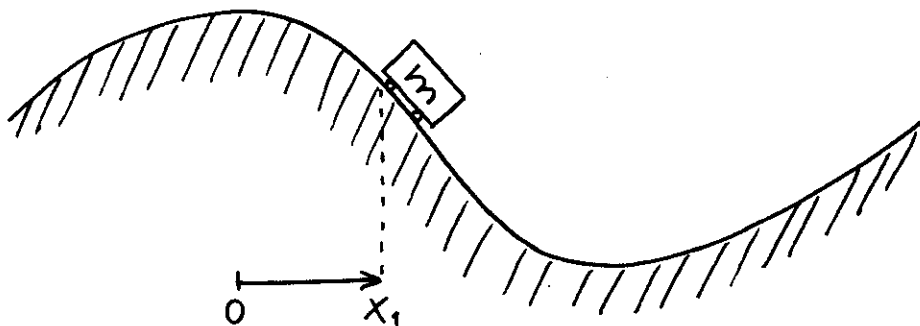
Si calcoli il polinomio caratteristico del sistema retroazionato in cui K viene lasciato come parametro.

pol. caratteristico:

1.4 Si dica se e' possibile scegliere K in modo tale che il sistema divenga arbitrariamente veloce.

e' possibile: ☐ SI ☐ NO

2. In figura e' rappresentato un sistema meccanico in cui una massa soggetta al proprio peso si muove con attrito viscoso su una guida.



Le equazioni del sistema sono:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = F_{\text{peso}} + F_{\text{attrito}} \end{cases}$$

con $F_{\text{peso}} = 2x_1 - 2x_1^2$, $F_{\text{attrito}} = -x_2$.

2.1 Si calcolino i punti di equilibrio del sistema.

punti di equilibrio:

FACOLTA' DI INGEGNERIA
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI
ATTO PRIMO

2.2 Si mostri che uno solo dei due equilibri e' instabile e si determini il sistema linearizzato attorno a tale equilibrio.

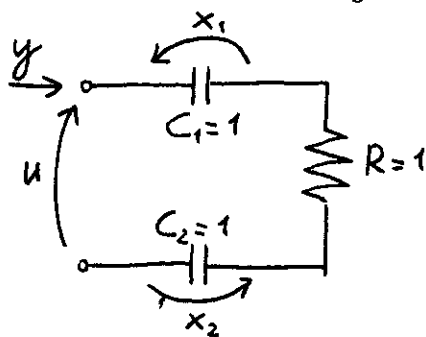
sistema linearizzato:

2.3 Utilizzando il sistema linearizzato calcolato al punto precedente, si disegnino le traiettorie approssimate in prossimita' dell'equilibrio instabile (e' richiesta una rappresentazione fedele che tenga conto degli autovettori del sistema).

2.4 Si dica se le traiettorie approssimate disegnate al punto precedente descrivono con buona approssimazione il comportamento del sistema in un cerchio centrato nell'origine di raggio unitario.

descrizione fedele: ☐ SI ☐ NO

3. Si consideri la rete elettrica in figura.



$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2$$

$$y = u \quad u = x_1 + x_2$$

3.1 Assumendo come variabili di stato le tensioni x_1 e x_2 in figura, si scrivano le equazioni in variabili di stato della rete (e' importante non commettere errori di conto).

equazioni
della rete:

3.2 Si dica se la rete e' asintoticamente stabile.

as. stabile: SI ☐ NO ☐

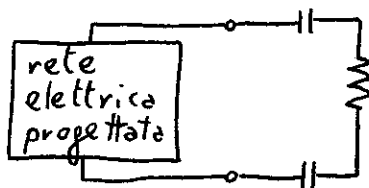
3.3 Si determini il sottospazio di raggiungibilita' della rete.

sottospazio
raggiungibilita':

3.4 Si ponga il sistema in forma canonica di Kalman per la raggiungibilita'.

forma canonica
di raggiung.:

3.5 Giustificando con precisione la risposta, si dica se e' possibile progettare una rete da interconnettere con la rete iniziale come mostrato in figura tale che il sistema complessivo sia asintoticamente stabile.



e' possibile: SI ☐ NO

4. In relazione ad un sistema lineare $\dot{x} = Ax + bu$, si risponda nel modo piu' preciso e circostanziato possibile alle domande che seguono.

a. Si dia una definizione di sistema asintoticamente stabile.

b. Per $u=\text{costante}$, si dia una definizione di movimento di equilibrio.

c. Si mostri che se un sistema e' asintoticamente stabile, allora per $u=\text{costante}$ vi e' un solo movimento di equilibrio.

d. Si supponga ora che il sistema sia instabile con tutti autovalori a parte reale positiva. Si dica se e' ancora vera la conclusione del punto c: per $u=\text{costante}$ vi e' un solo movimento di equilibrio.