1. Si consideri il sistema:

$$\overset{\circ}{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \ \ 3 \ \ 1] x.$$

1.1 Si mostri che il sistema non e' asintoticamente stabile.

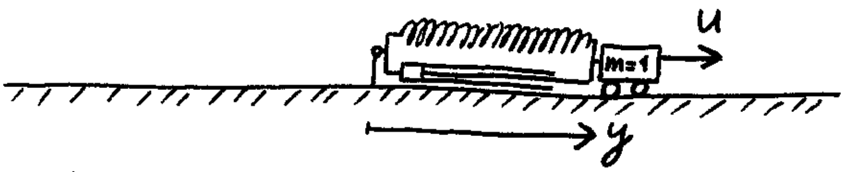
1.2 Si calcoli la funzione di trasferimento del sistema.

funz. di trasf.:

1.3 Si sica se il sistema e' stabilizzabile attraverso una retroazione della sua uscita.

stabilizzabile: ☐ SI ☐ NO

2. In figura e' rappresentato un sistema meccanico massa-molla-smorzatore. Lo smorzatore esercita un'azione di freno proporzionale alla velocita' della massa con costante di proporzionalita' unitaria (vale a dire, l'azione di freno e' $-\mathring{y}$); la molla esercita invece un'azione di richiamo nonlineare pari a $-y^3$; u e' una forza esterna.



2.1 Si scrivano le equazioni di stato del sistema.

2.2 Posto u=1, si trovi lo stato di equilibrio del sistema.

equilibrio =

2.3 Si verifichi che l'equilibrio e' stabile.

2.4 Posto $u=1$, $x(0)=0$, si disegni un andamento "plausibile" per la variabile y (cioe' un andamento che rispetti le caratteristiche fondamentali di y ricavabili senza un'integrazione esplicita delle equazioni nonlineari).

2.5 Si generalizzi ora il sistema considerando una molla nonlineare che esercita una azione di richiamo pari a $-f(y)$, dove $f(\cdot)$ e' una qualunque funzione strettamente crescente (vale a dire, piu' la molla si allunga piu' cresce l'azione di richiamo). Posto $u=1$, si trovi la condizione su $f(\cdot)$ affinche' esista uno stato di equilibrio; si dica poi se tale equilibrio e' asintoticamente stabile.

condizione su f:

as. stabile: ☐ SI ☐ NO

3. Si consideri il sistema:

$$\overset{\circ}{x} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = [2 \quad -2]x.$$

3.1 Si determini il sottospazio di osservabilita' X_o del sistema e si rappresenti graficamente X_o e X_{no}.

3.2 Posto $x(0) = [1 \quad 1]^T$ e $u(t) = 0$, si disegni la traiettoria corrispondente di $x(t)$.

3.3 Posto $u(t) = sca(t)$ e $x(0) = [1 \; 0]^T$, si chiami $y(t)$ la corrispondente uscita. Si determini un nuovo stato diverso da $[1 \; 0]^T$ tale che, mantenendo $u(t) = sca(t)$, l'uscita sia ancora la $y(t)$ del caso precedente.

nuovo stato =

4. 4.1 Si dia una definizione di stato raggiungibile.

4.2 Si supponga che la forzante u_1 rappresentata in figura permetta di raggiungere al tempo t=4 lo stato $x = [1\ 0]^T$ e che la forzante u_2 pure rappresentata in figura permetta di raggiungere al tempo t=2 lo stato $x = [0\ 1]^T$. Si disegni la forzante che permette di raggiungere al tempo t=6 lo stato $x = [1\ 1]^T$.