

Fondamenti di Automatica A

12 Aprile 2007

COGNOME .....

NOME .....

MATRICOLA .....

ANNO DI CORSO     ☐ 2° ☐ 3°

FIRMA .....

Controllare che il fascicolo sia costituito da 6 pagine compreso il frontespizio.

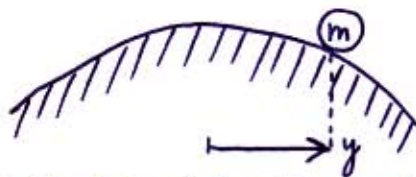
Inserire negli spazi che seguono ogni quesito i passaggi fondamentali nella derivazione del risultato.

La chiarezza, la precisione e l'ordine nelle risposte costituiscono elementi di valutazione.

Non consegnare fogli addizionali.

1. Un grave di massa unitaria si muove su un dosso. Detta  $y$  la posizione rispetto ad un asse orizzontale (vedi figura),  $y$  soddisfa l'equazione:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \text{forza peso} = 4y.$$



1.1 Si scriva il sistema in variabili di stato (si noti che si tratta di un sistema autonomo, senza cioè parte bu).

sistema in  
variabili di stato:

1.2 Si determinino autovalori e autovettori della matrice di stato e si disegnino le traiettorie nello spazio di stato.

1.3 Si supponga che la massa sia inizialmente in  $y(0) = -1$ . Si determini la minima velocità iniziale tale che la massa superi il punto più alto del dosso e cada dalla parte opposta (si consiglia di non fare alcun conto, si usi invece la risposta data al punto 2).

minima velocità iniziale =

2. Si consideri il sistema

$$\mathcal{P}: \dot{x} = \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} u.$$

2.1 Si determini il sottospazio di raggiungibilit   $X_r$  di  $\mathcal{P}$ .

$$X_r =$$

2.2 Si disegni  $X_r$  e  $X_{nr}$ .

2.3 Si determini la scomposizione di Kalman per la raggiungibilit .

scomposizione  
di Kalman:

2.4 Si dica se  $\mathcal{P}$  e' stabilizzabile attraverso una retroazione.

stabilizzabile: ☐ SI ☐ NO

3. 3.1 Si dia una definizione di movimento di equilibrio asintoticamente stabile.

3.2 Si determini il movimento di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + u \\ \dot{x}_2 = x_1^2 - 4x_2 \end{cases}$$

quando  $u = \bar{u} = 0$ .

movimento  
di equilibrio:

3.3 Si dica se il movimento di equilibrio e' asintoticamente stabile.

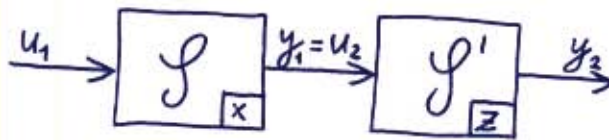
as. stabile: ☐ SI ☐ NO

3.4 Dando precisa giustificazione della risposta fornita, si determini il bacino di attrazione del movimento di equilibrio (cioe' l'insieme delle condizioni iniziali per le quali il movimento tende al movimento di equilibrio).

bacino di  
attrazione:

4. 4.1 Si dia una definizione di stato osservabile.

4.2 Un sistema  $\mathcal{S}$  con stato  $x$  e' completamente osservabile. A  $\mathcal{S}$  viene posto in serie un secondo sistema  $\mathcal{S}'$  con stato  $z$  completamente raggiungibile e completamente osservabile (vedi figura).



Si mostri con la massima precisione possibile che gli stati con  $x \neq 0$  e  $z=0$  sono osservabili per il sistema complessivo.