F o n d a m e n t i   d i   A u t o m a t i c a   A

5 Settembre 2006

COGNOME..

NOME...

MATRICOLA......................................

ANNO DI CORSO   ☐ 2° ☐ 3° ☐ fuori corso

FIRMA..

Controllare che il fascicolo sia costituito da 6 pagine compreso il frontespizio.

Inserire negli spazi che seguono ogni quesito i passaggi fondamentali nella derivazione del risultato.

La chiarezza, la precisione e l'ordine nelle risposte costituiscono elementi di valutazione.

Non consegnare fogli addizionali.

1. Si consideri il sistema lineare

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -20 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

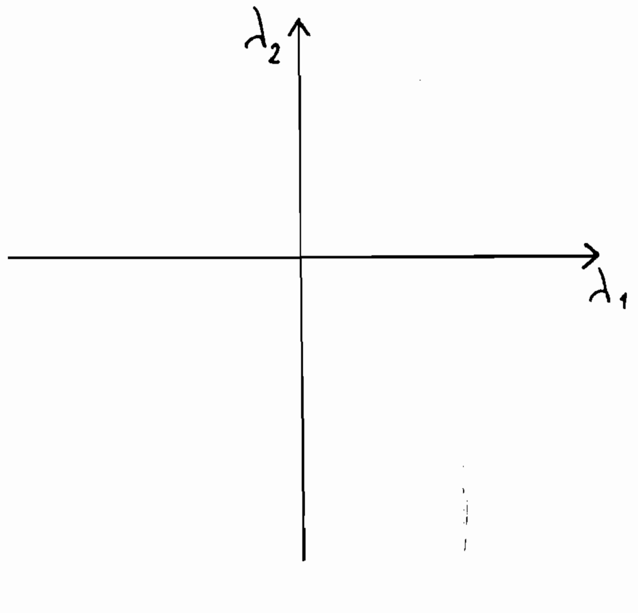
$$y = [\ 1 \quad 0\ ] x.$$

1.1 Si determinino i modi del sistema e si dica qual e' il modo dominante.

modo dominante =

1.2 Posto $x(0) = [\ 1 \quad 1\ ]^T$ e $u(t) = 0$, si calcoli $y(t)$ e se ne disegni l'andamento.

1.3 Al fine di rendere il sistema piu' veloce, esso viene retroazionato con legge proporzionale: $u(t) = ky(t)$. Si disegni nel piano sottostante il luogo descritto dagli autovalori λ_1 e λ_2 del sistema retroazionato al variare di k.

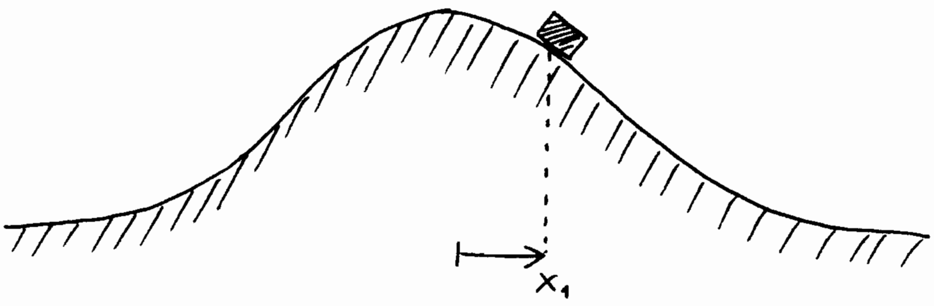


1.4 Supponendo di volere rendere il sistema retroazionato quanto piu' veloce possibile, si dica a quale valore si fisserebbe la costante k.

k =

---

2. Una massa si muove su una guida con attrito (vedi figura).



Posto x_1 = posizione e x_2 = velocita', il sistema e' descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \mathring{x}_1 = x_2 \\ \mathring{x}_2 = \textit{"forza peso"} + \textit{"forza attrito"} \end{cases}$$

con *forza peso* = $2x_1/(x_1^2 + 1)$ e *forza attrito* = $-x_2$.

2.1 Si determini il sistema linearizzato attorno a $x_1=0$, $x_2=0$.

sistema linearizzato:

2.2 Si calcolino autovalori ed autovettori del sistema linearizzato; a partire dai risultati ottenuti si disegnino quindi le traiettorie del sistema linearizzato nel piano di stato.

2.3 Posto $x_1(0) = -0.1$, si calcoli, almeno approssimativamente, la minima velocita' iniziale $x_2(0)$ necessaria affinche' la massa sorpassi il punto piu' alto della guida e cada dall'altra parte.

$x_2(0) =$

3. Un sistema in variabili di stato e' descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_1 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 4x_2 + u \end{cases}$$

3.1 Si mostri che il sistema e' asintoticamente stabile.

3.2 Si determini il sottospazio di raggiungibilita' del sistema.

$X_r =$

3.3 Si dica per quali valori di α e β e' vera la seguente proprieta': "$\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$ tende a zero con andamento che non dipende dalla forzante $u(t)$".

$\alpha =$	$\beta =$

4. 4.1 In relazione al sistema $\mathcal{S}$: $\begin{cases} \mathring{x} = Ax + bu \\ y = cx \end{cases}$, si dia una definizione di stato osservabile.

4.2 Si supponga che $\mathcal{S}$ non sia completamente osservabile. Giustificando la risposta, si dica se retroazionando $\mathcal{S}$ con un sistema lineare $\mathcal{C}$ (vedi figura) e' possibile ottenere un sistema complessivo completamente osservabile.