



## Fondamenti di Automatica

20 Aprile 2020



1. Un sistema lineare  $\mathcal{S}$  e' descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 - 7x_2 + 2u \\ \dot{x}_2 = 5x_1 - 9x_2 + u \\ y = 2x_1 - 2x_2 \end{cases}$$

1.1 Si determini il sottospazio di osservabilita' di  $\mathcal{S}$ .

1.2 Si scriva la forma canonica di Kalman per l'osservabilita' di  $\mathcal{S}$ .

1.3 Si scrivano le equazioni di un sistema  $\mathcal{S}'$  del primo ordine che abbia lo stesso comportamento ingresso/uscita di  $\mathcal{S}$ .

2. Un sistema nonlineare con una sola variabile di stato  $x$  e' descritto dall'equazione  $\dot{x} = (-|x| + 2) + u$ .

3.1 Posto  $u = 0$ , si determinino gli stati di equilibrio del sistema.

3.2 Si dica quale stato di equilibrio e' stabile.

3.3 Si determini il bacino di attrazione dello stato di equilibrio stabile.

3.4 Si supponga ora di utilizzare la seguente legge di controllo in retroazione:  $u = \alpha x + \beta$ . Si scelgano  $\alpha$  e  $\beta$  in modo tale che l'equilibrio stabile determinato al punto 3.2 sia ancora un equilibrio stabile e, inoltre, che il bacino di attrazione di tale equilibrio divenga tutto l'asse reale.

3. Un impianto  $\mathcal{S}$  e' descritto dalla funzione di trasferimento:

$$\frac{20}{s(s+10)}$$

3.1 Si progetti un controllore **proporzionale**  $C(s)$  da inserire nello schema in figura in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

(i) con riferimento  $y^o(t)$  costante e in assenza di disturbi a regime si abbia  $y(t) = y^o(t)$ ;

(ii) la costante di tempo dominante del sistema di controllo sia circa pari a 1;

(iii) un disturbo a pulsazione inferiore a 0.01 venga attenuato almeno di un fattore 50.

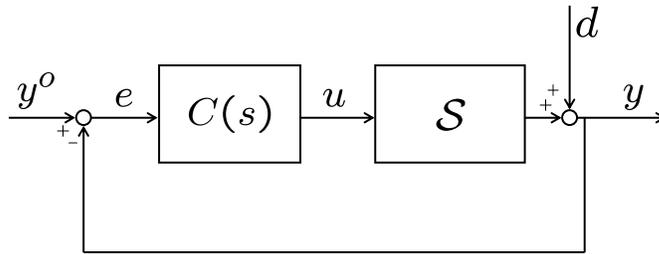


Figura 1: Sistema di controllo.

3.2 Si supponga ora di volere allargare la banda passante del sistema di controllo al fine di rendere piu' veloce la sua risposta. Supponendo di volere utilizzare un controllore proporzionale, si faccia una valutazione di quale sia la costante di tempo piu' piccola ottenibile prima che il sistema di controllo inizi a presentare oscillazioni visibili.

4. In relazione a un sistema lineare descritto dalle equazioni

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + b\mathbf{u} \\ y = c\mathbf{x}, \end{cases}$$

si risponda alle seguenti domande.

4.1 Si dia una definizione di stabilita' asintotica.

4.2 Si mostri che se la matrice  $A$  ha un autovalore nullo, allora il sistema ha infiniti punti di equilibrio associati alla forzante nulla.

4.3 Utilizzando il fatto enunciato al punto 4.2, si dimostri che un sistema in cui la matrice  $A$  ha un autovalore nullo non soddisfa la definizione di asintotica stabilita' enunciata al punto 4.1 (si chiede di dare piena giustificazione senza far uso del criterio degli autovalori).