





1. 1.1 Si calcoli il sottospazio di osservabilit  del sistema

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 4 \\ 2 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad -1 \quad 1] \mathbf{x}.$$

$$X_o =$$

1.2 Si determini un stato  $\bar{x}$  indistinguibile dallo stato  $\bar{x}' = [1 \ 1 \ 1]^T$ .

$$\bar{x}' =$$

1.3 Si dimostri che l'uscita ottenuta con condizione iniziale  $\bar{x}$  e forzante  $u(t) = \sin(t)$    uguale all'uscita ottenuta con condizione iniziale  $\bar{x}'$  e stessa forzante  $u(t) = \sin(t)$ .

2. Un sistema nonlineare ha le seguenti equazioni di stato:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 &= -2\bar{x}_1\bar{x}_2 \\ \dot{\bar{x}}_2 &= -\bar{x}_2 + 4u^2 \end{cases}$$

$$y = \bar{x}_1 + \bar{x}_2.$$

2.1 Si trovi lo stato di equilibrio  $\bar{x}$  associato a  $u(t) = 1$ .

$\bar{x} =$

2.2 Si linearizzi il sistema attorno a  $\bar{x}$ .

sist. linearizzato:

2.3 Si mostri che  $\bar{x}$  e' uno stato di equilibrio asintoticamente stabile.

2.4 Al sistema inizialmente in equilibrio nello stato  $\bar{x}$  viene applicato l'ingresso  $u(t) = 1 + 0.1\sin(t)$ . Si determini un'espressione che descrive (approssimativamente) l'andamento di  $y(t)$  a regime.

$y(t) =$

3. Si consideri il sistema retroazionato in figura dove  $S(s) = \frac{20}{s+10}$ .

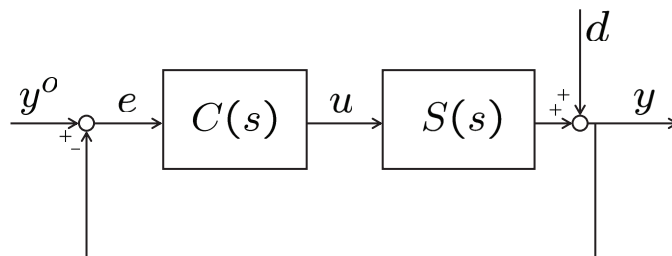


Figura 1: Sistema retroazionato.

3.1 Si progetti il controllore  $C(s)$  in modo tale che:

- (i) se  $y^o(t)$  è costante,  $y(t) \rightarrow y^o(t)$  per  $t \rightarrow \infty$ , e  $y(t)$  si porti verso  $y^o(t)$  senza oscillazioni e con costante di tempo pari a 1;
- (ii) a regime, un disturbo  $d(t)$  costante non produca alcun effetto sull'uscita del sistema;
- (iii)  $C(s)$  sia di ordine il più basso possibile.

$$C(s) =$$

3.2 Si supponga ora che l'azione di controllo venga erogata da un attuatore. L'attuatore ha limiti di saturazione:  $-u_{sat} \leq u \leq u_{sat}$ . Si dimensiona l'attuatore scegliendo il valore piu' piccolo possibile di  $u_{sat}$  tale che l'attuatore non vada in saturazione quando  $d(t) = 0$  e  $y^o(t) = sca(t)$  (si risponda nel modo piu' preciso possibile).

$$u_{sat} =$$

4. In relazione al sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + b u \\ y = c\mathbf{x} \end{cases},$$

con condizione iniziale nulla, si risponda alle domande che seguono.

**a.** Se con l'ingresso  $u'(t)$  si raggiunge all'istante 6 lo stato  $\mathbf{x}'$  e con l'ingresso  $u''(t)$  si raggiunge all'istante 6 lo stato  $\mathbf{x}''$ , allora con l'ingresso  $u'(t) + u''(t)$  si raggiunge all'istante 6 lo stato  $\mathbf{x}' + \mathbf{x}''$ .

vero: ☐ SI ☐ NO

*motivazione:*

**b.** Se con l'ingresso  $u'(t)$  si raggiunge all'istante 6 lo stato  $\mathbf{x}'$ , allora con l'ingresso  $3u'(t)$  si raggiunge all'istante 6 lo stato  $3\mathbf{x}'$ .

vero: ☐ SI ☐ NO

*motivazione:*

**c.** Se con l'ingresso  $u'(t)$  si raggiunge all'istante 6 lo stato  $\mathbf{x}'$ , allora con l'ingresso  $2u'(t)$  si raggiunge all'istante 3 lo stato  $\mathbf{x}'$ .

vero: ☐ SI ☐ NO

*motivazione:*

**d.** L'insieme degli stati che si possono raggiungere all'istante 6 e' un sottospazio.

vero: ☐ SI ☐ NO

*motivazione:*

**e.** L'insieme degli stati che si possono raggiungere entro l'istante 6 e' un sottospazio.

vero: ☐ SI ☐ NO

*motivazione:*